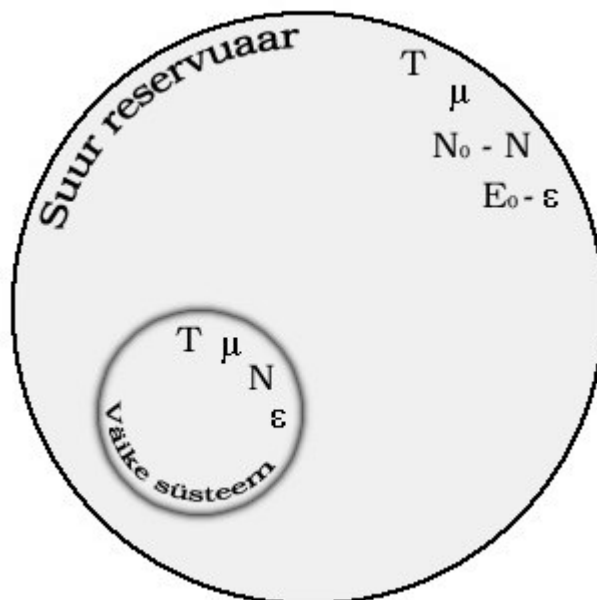


Gibbs'i ja Boltzmanni jaotus



Joonis 0. Väike süsteem, millel on difuusne kontakt suure reservuaariga.

Vaatleme süsteemi, mis on difuusses kontaktis väga suure reservuaariga (joonis 0). Tervik-süsteemis (väike süsteem + reservuaar) on konstantne energia E_0 ja konstantne osakeste arv N_0 . Meid huvitab, millise tõenäosusega $P(N, \epsilon)$ on etteantud temperatuuri T ja keemilise potentsiaali μ korral väikeses süsteemis N osakeste koguergiaga ϵ .

$P(N, \epsilon)$ on ilmselt sõltuvuses mikroolekute koguarvust terviksüsteemis: $P(N, \epsilon) \propto g_{res} \cdot g_{süst}$

Kuna $N \ll N_0$ ja $\epsilon \ll E_0$, siis $g_{süst} \ll g_{res}$ ja võime ligikaudselt kasutada $g_{süst} \cdot 1$:

$$P(N, \epsilon) \propto g_{res} \quad \text{ehk} \quad P(N, \epsilon) \propto g(N_0 - N, E_0 - \epsilon)$$

Teades, et entroopia avaldub kujul $S = k \ln g$, saame avaldada: $g = e^{\frac{S}{k}}$ ja pannes selle eelnevasse tõenäosuse avaldisse, saame:

$$P(N, \epsilon) \propto e^{\frac{S(N_0 - N, E_0 - \epsilon)}{k}}$$

Kuna N ja ϵ on suhteliselt väikesed, siis võime teha rittaarenduse:

$$\begin{aligned} S(N_0 - N, E_0 - \epsilon) &\approx S(N_0, E_0) + \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right)_E \delta N + \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_N \delta E = \\ &= S(N_0, E_0) + \frac{\mu N}{T} - \frac{\epsilon}{T} = \\ &= S(N_0, E_0) + \frac{\mu N - \epsilon}{T} \end{aligned}$$

Viies saadud tulemuse tõenäosuse avaldisse, saame:

$$P(N, \varepsilon) \propto e^{\frac{S(N_0, E_0)}{k}} \cdot e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}}$$

Et aga $e^{\frac{S(N_0, E_0)}{k}}$ on konstantne, võime kirjutada:

$$P(N, \varepsilon) \propto e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}}$$

mis ongi Gibbs'i jaotus.

Boltzmanni jaotus on Gibbs'i jaotuse erijuht: väikese süsteemi kontakt suure reservuaariga on mittedifuusne, s.t. osakeste arv N väikese süsteemis on konstantne ja toimub ainult soojusvahetus. Seega tekib eeltoodud avaldisse konstante osa, mille võib eemaldada:

$$e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}} = e^{\frac{\mu N}{kT}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$e^{\frac{\mu N}{kT}} = \text{const.}$$

$$P(\varepsilon) \propto e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

mis ongi Boltzmanni jaotus.

Eeltoodud jaotuste korral konkreetsete tõenäosuse väärtuste leidmiseks võib lisada nn. võrdetegurid. Gibbs'i jaotuse korral:

$$P(N, \varepsilon) = \frac{1}{Z} \cdot e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}}$$

Kuna tõenäosuste summa peab olema 1, siis:

$$\sum_{N, \varepsilon} P(N, \varepsilon) = 1$$

$$\frac{1}{Z} \cdot \sum_{N, \varepsilon} e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}} = 1$$

$$Z = \sum_{N, \varepsilon} e^{\frac{\mu N - \varepsilon}{kT}}$$

(nn. suur statistiline summa)

Analoogselt Boltzmanni jaotuse korral:

$$P(\varepsilon) = \frac{1}{Z} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$Z = \sum_{\varepsilon} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

Nimetatud jaotuste abil on võimalik leida väikese süsteemi mitmesuguseid makroskoopilisi näitajaid. Näiteks Boltzmanni jaotuse korral süsteemi keskmine energia:

$$\langle E \rangle = \sum_{\varepsilon} \varepsilon P(\varepsilon)$$

...

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \left(\frac{1}{kT} \right)}$$

Gibbs' i jaotuse korral näiteks keskmine osakeste arv süsteemis:

$$\langle N \rangle = \sum_{N, \varepsilon} NP(N, \varepsilon)$$

...

$$\langle N \rangle = kT \cdot \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu}$$

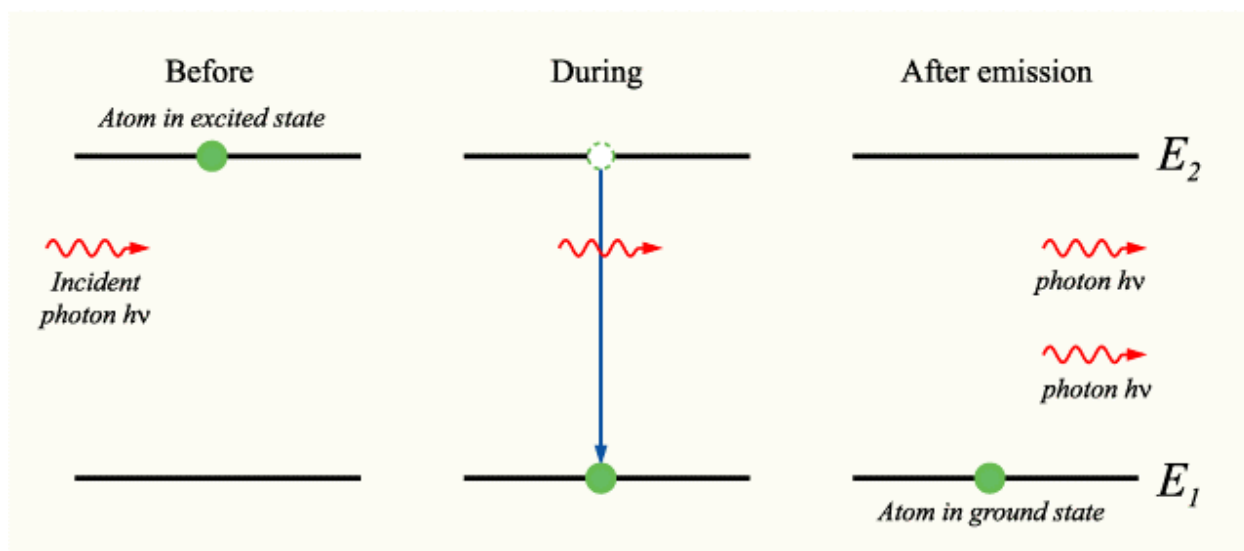
Ja süsteemi keskmine energia:

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \left(\frac{1}{kT} \right)} + \mu \langle N \rangle$$

Pooljuhtlaser

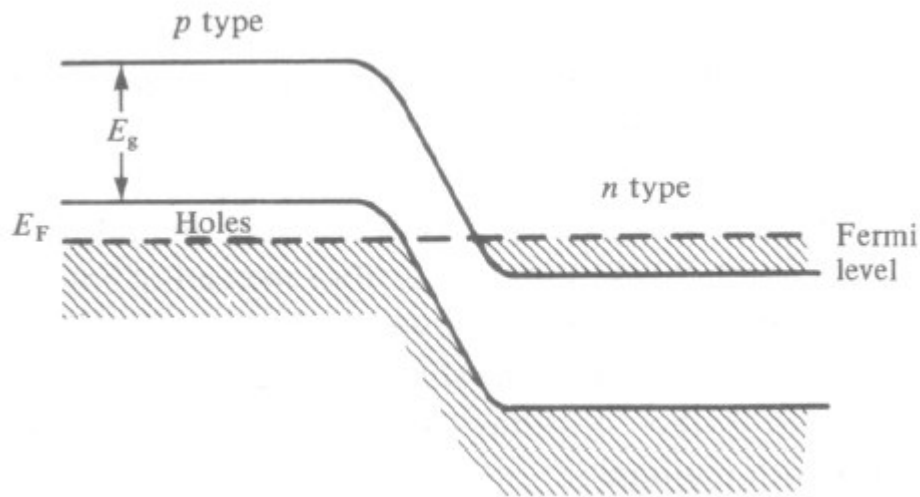
Päripingestatud pooljuhtdiodis liiguvad aegud p-piirkonnast n-piirkonda ja elektronid vastupidises suunas. Kui elektron ja auk asuvad parajasti samas regioonis, siis võivad nad rekombineeruda, s.t. elektron "langeb auku", kiirates energiakvandi, mille energia on võrdne elektroni alg- ja lõppnivoode vahega. Tavalise pooljuhtdiodi korral asub kiiratud valgus kaugel infrapunases piirkonnas, valgusdiodide (LED) korral infrapunase, nähtava või isegi ultra-violetse valguse piirkonnas.

Eelpool kirjeldatud juhtudel oli tegemist spontaanse kiirgusega – elektron lihtsalt langes madalamale energianivoole. Kui aga elektron mingil põhjusel püsib veidi aega ebastabiilses olekus, siis on võimalik ka teistsugune nähtus – indutseeritud üleminek, mille tulemuseks on stimuleeritud kiirgus. Sel juhul "käivitab" elektroni langemise madalamale energianivoole väljastpoolt saabunud foton, mille energia on võrdne nivoode vahega. Tulemusena jääb alles esialgne foton ning elektroni langemise tulemusena lisandub teine täpselt sama sageduse ja faasiga foton.



Joonis 1. Indutseeritud üleminek ja stimuleeritud kiirgus [5].

Et saada LASER'it (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*), peab ühes piirkonnas olema ebastabiilseid elektrone piisavalt suurel hulgal (muidu võimendusefekti ei tekiks, sest neeldumist oleks rohkem kui kiirgumist). Sellist olukorda on võimalik saavutada tugevalt legeeritud (s.t. suure lisandisisaldusega) pooljuhtide p-n ülemineku vahekihis. Joonisel 2 on toodud sellise ülemineku energiatsoonide diagramm tasakaaluolekus, s.t. välise pinge puudumise korral.

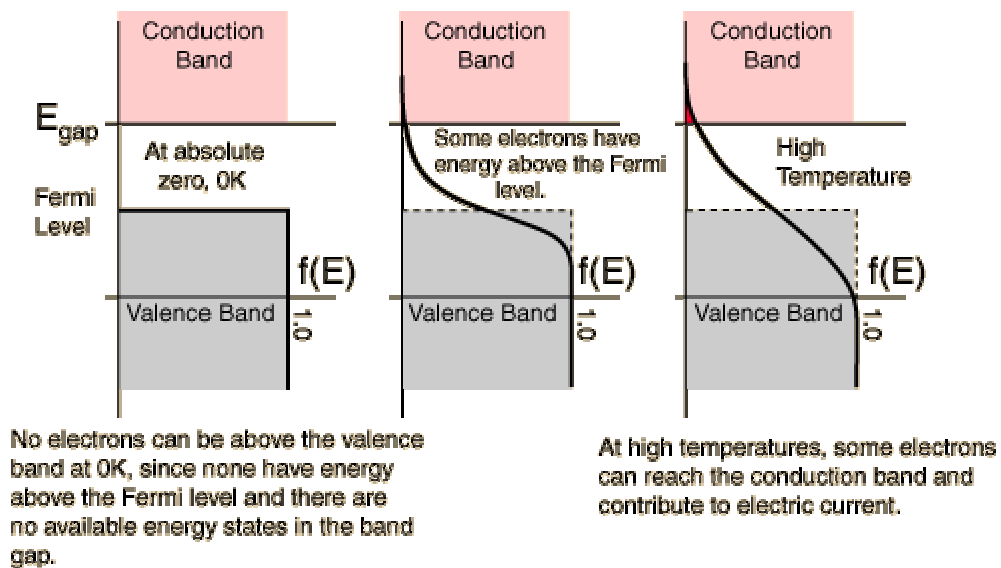


Joonis 2. Energiatsoonide diagramm tugevalt legeeritud pooljuhtide p-n ülemineku juures tasakaaluolekus (s.t. välise pinge puudumisel) [10].

Nagu jooniselt näha, on tegu olukorraga, kus p-tüüpi pooljuhis on suurel hulgal auke valents-tsoonis ning n-tüüpi pooljuhis on suurel hulgal elektrone juhtivustsoonis. Aga piirkonda, kus augud ja vabad elektronid suurel hulgal koos oleks (mida me vajame laseri saamiseks), siin veel ei ole.

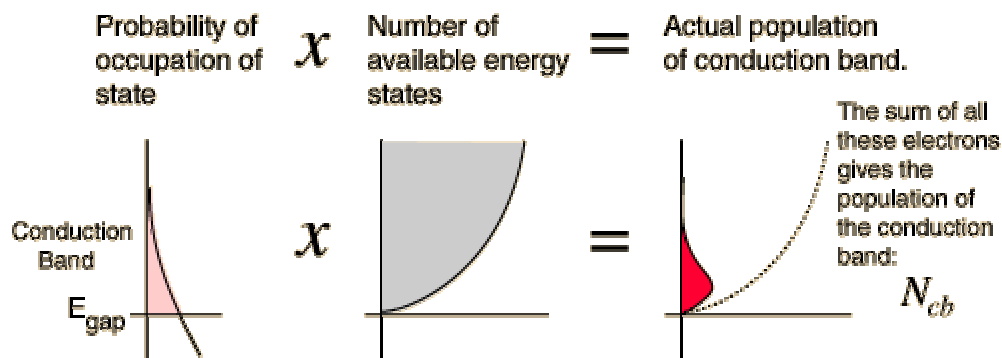
Vahemärkusena selgitus, kuidas saab jooniselt välja lugeda aukude või elektronide hulka konkreetses tsoonis. Nimelt võib seda näha Fermi nivoo asukohast tsoonide suhtes. Fermi nivoo näitab põhimõtteliselt energianivood, kus Fermi funktsiooni väärtus on 0,5, s.t. kui antud nivoo on elektronile "lubatud", siis on ta seal parajasti 50% tõenäosusega. Joonisel 3 on illustreeritud Fermi funktsiooni ja Fermi nivoo olemust.

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/kT} + 1}$$



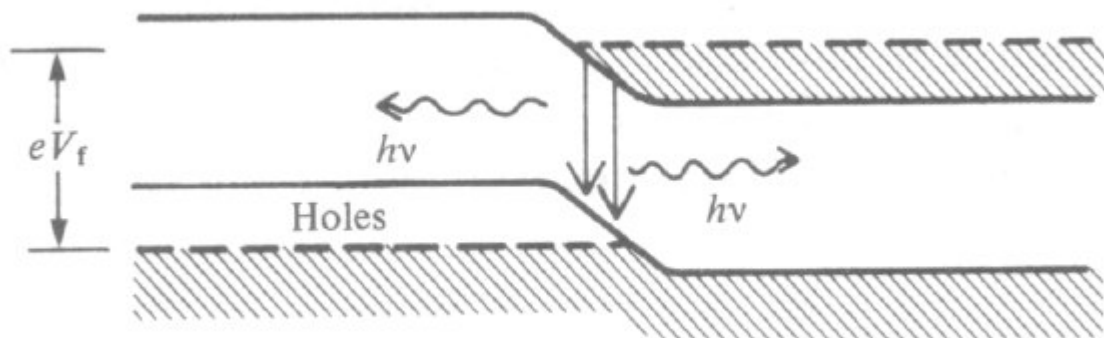
Joonis 3. Fermi funktsioon ja Fermi nivoo [8].

Tsooni täituvuse saab seega leida, arvestades lubatud olekute arvu ning nende täitumise tõenäosust:

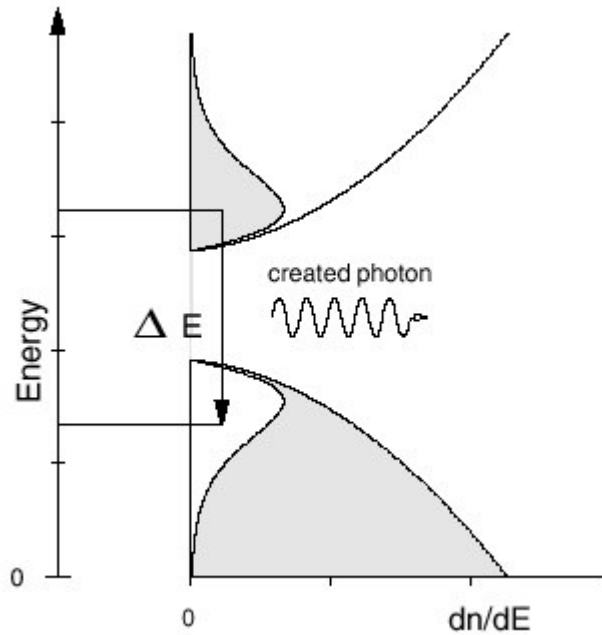


Joonis 4. Juhtivustsooni täituvus elektronidega [8].

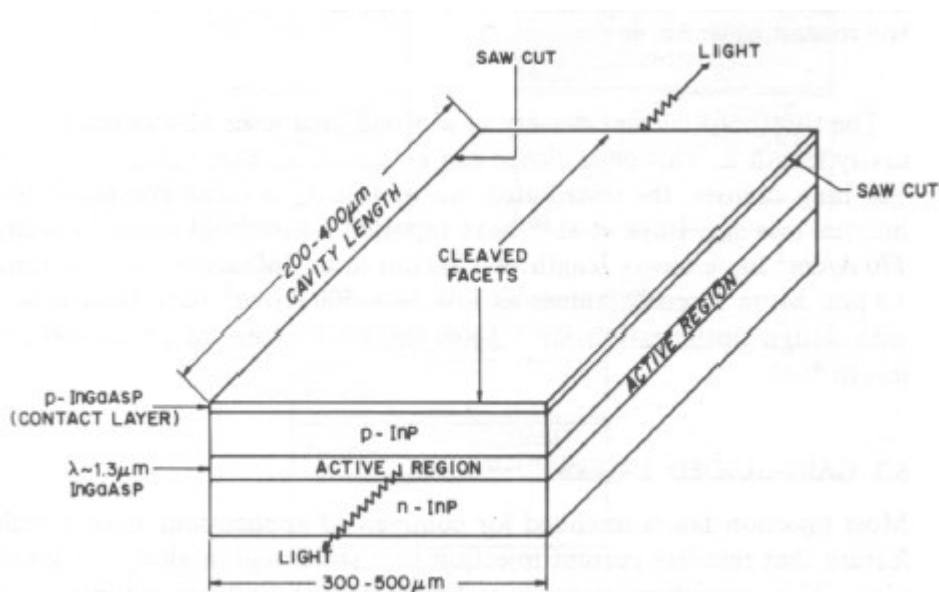
Pöördume nüüd tagasi joonise 2 ning laseri valmistamise soovi juurde. Selgub, et teatud tingimustel on võimalik viia olemasolevad suur hulk auke valentstsoonis ning elektrone juhtivustsoonis kokku ühte piirkonda ning seega tekitada seal nn. pöördasustus, kus nivoode täituvus elektronidega on tavalisega võrreldes mõnevõrra "pahupidi" pööratud. Selleks tingimuseks on välise päripinge rakendamine vaadeldavale pooljuhtdiodile. Tekkivas kitsas ebastabiilses piirkonnas ongi võimalik kiirguse stimuleeritud võimendamine.



Joonis 5. Energiatsoonide diagramm tugevalt legeritud pooljuhtide p-n ülemineku juures välise päripinge korral (vrld. joonisega 2) [10].

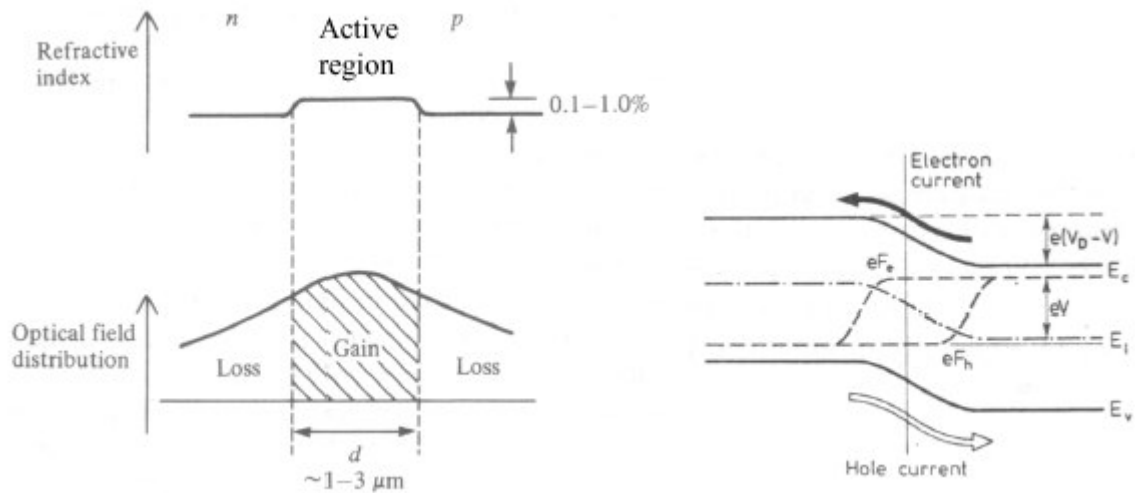


Joonis 6. Pöördasustus pooljuhis [12].



Joonis 7. Lihtne pooljuhtlaser [10].

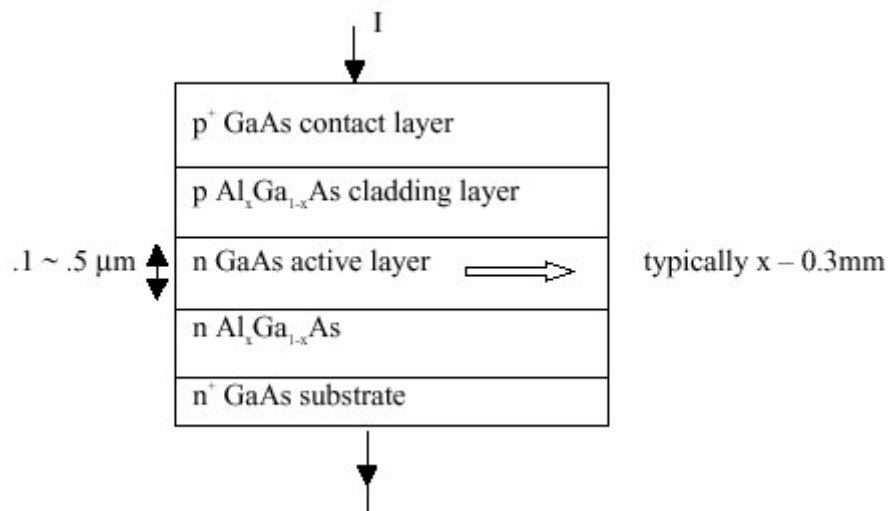
Saadud laser näeb põhimõtteliselt välja nagu joonisel 7 kujutatud. Et valgus piisavalt võimenduks, tehakse aktiivse piirkonna otsad (poolläbipaistva(te)ks) peegliteks analoogselt klassikaliste laseritega. Selline lihtne ühe üleminekuga pooljuhtlaser ei ole aga kahjuks eriti efektiivne. Kaks peamist probleemi on kujutatud joonisel 8.



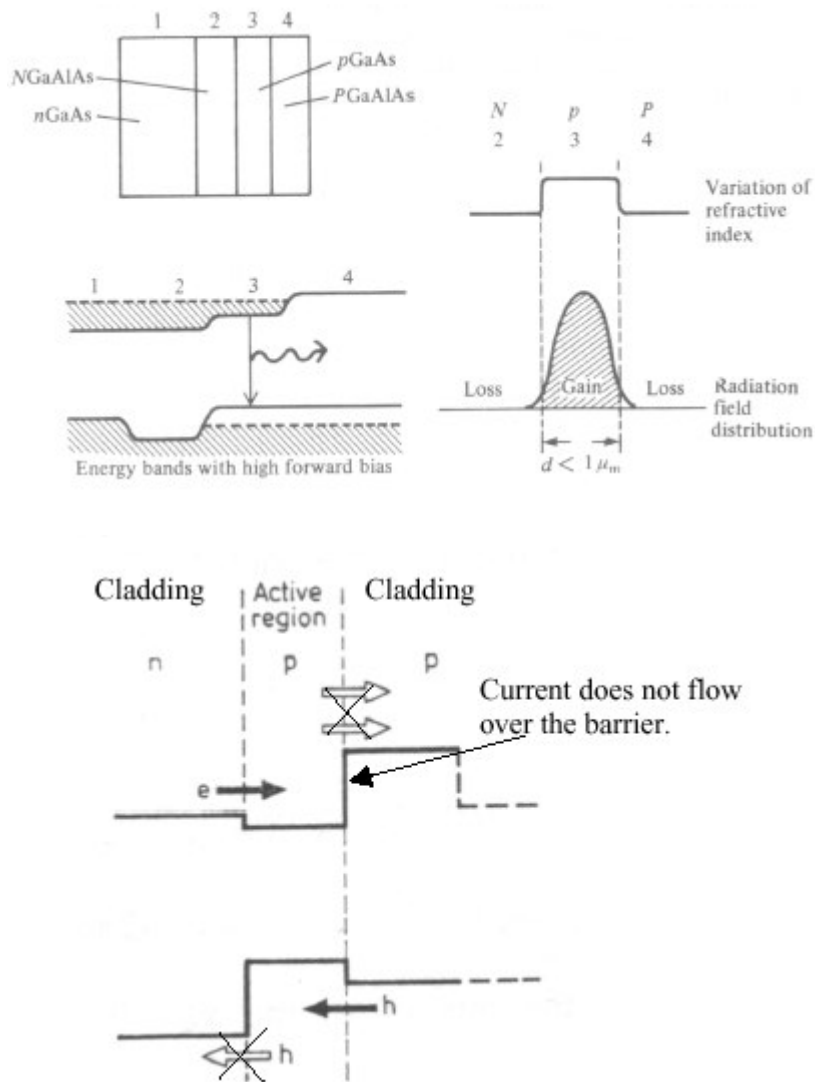
Joonis 8. Probleemid lihtsas ühe üleminekuga pooljuhtlaseris [11]:

- 1) Valgus levib liigselt väljapoole aktiivset piirkonda.
- 2) Toimub leke üle potentsiaalibarjääri.

Seetõttu kasutatakse tänapäeval märksa keerukama ehitusega lasereid, näiteks *Double Heterostructure* (topeltheterostruktuuriga?) laserid, mille põhimõtteskeem on toodud joonisel 9. Sellise struktuuri korral on eelnimetatud probleemid väiksemad. Aktiivne piirkond on väiksema keelutsooni laiusega ja enamasti tähendab see ka suuremat murdumisnäitajat, mille tulemusena väheneb valguse liikumine kõrvalkihtidesse (suurem murdumisnäitajate erinevus põhjustab täieliku sisepeegelduse suurenemise). Samuti vähenevad lekkevoolud tänu suurematele potentsiaalibarjääridele. Mõlemad omadused on illustreeritud joonisel 10.

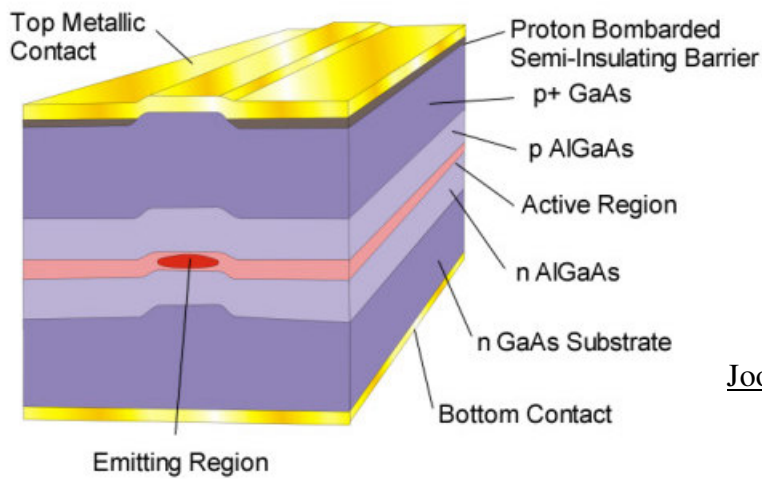


Joonis 9. *Double Heterostructure* laseri põhimõtteskeem [11].

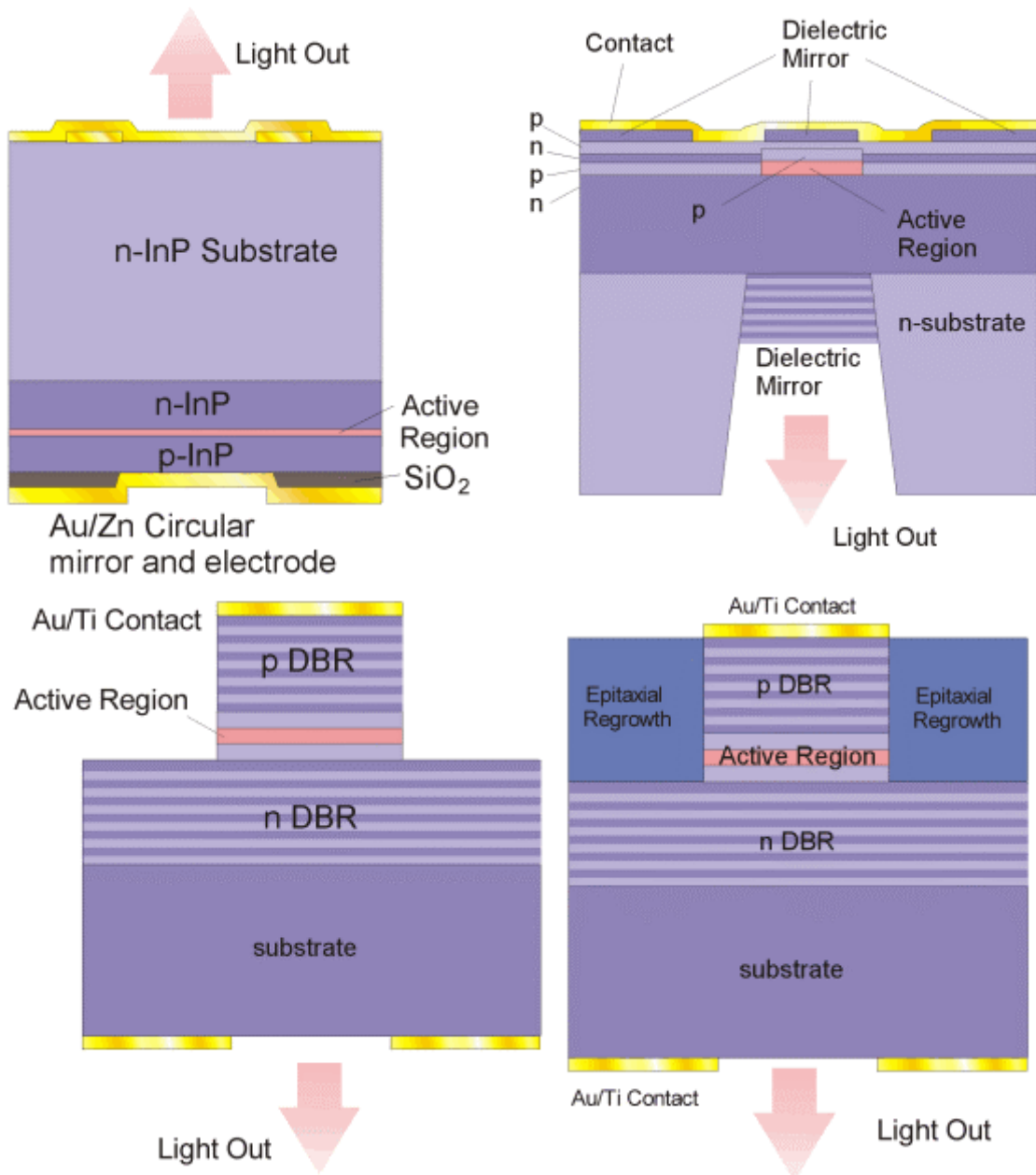


Joonis 10. Double Heterostructure laseri efektiivsus on suurem (vrld. joonisega 8) [11].

Eeltoodud laserites liikus vool läbi suhteliselt suurte pindade. Et aga voolutihedus laserefekti saavutamiseks peab olema üsna suur, siis suurte pindade tugeva voolu all hoidmise korral eraldub ohtlikult palju soojust, mis võib diodi ära rikkuda. Selle vältimiseks on kasutusele võetud geomeetrilised modifikatsioonid, näiteks kitsa triibu kujuline elektrood laia plaadi asemel. Samuti on levinud *Vertical Cavity Surface Emitting Laser* (VCSELs), mida on tootmisel võimalik suuremas koguses paigutada üheleainsale toorikkristallist väljalõigatud alusplaadile (*wafer*) ning sealsamas neid ka kohe testida. Erinevaid struktuure on toodud järgnevatel joonistel.



Joonis 11. Külgväljundiga Fabry-Perot laser [13].



Joonis 12. Vertical Cavity Surface Emitting Laser' idMetallic Reflector VCSEL (üleval vasakul), Etched Well VCSEL (üleval paremal), Air Post VCSEL (all vasakul) ja Buried Regrowth VCSEL (all paremal) [14].

Kasutatud materjalid

Looksulgudes on antud selle võrgulehekülje aadress, millelt viib link kasutatud materjalile (antud juhul, kui materjal on allalaaditav fail nagu *pdf* või *doc*).

- 1. Konspekt R.-K. Loide loengutest "Kaasaegne Füüsika II".** Taivo Lints, *kevad 2004*.
- 2. Thermal Physics (lecture notes).** Dan Suson.
<http://physics.tamuk.edu/~suson/word/3333/>
- 3. Thermal and Statistical Physics.** Judith A. McGovern.
http://theory.ph.man.ac.uk/~judith/stat_therm/stat_therm.html
- 4. Introduction to Statistical Thermodynamics.** Boris Veytsman, Michael Kotelyanskii.
<http://www.plmsc.psu.edu/~www/matsc597c-1997/introduction/index.html>
- 5. Stimulated emission. Wikipedia.**
http://en.wikipedia.org/wiki/Stimulated_emission
- 6. Light-emitting diode. Wikipedia.**
http://en.wikipedia.org/wiki/Light_emitting_diode
- 7. Laser diode. Wikipedia.**
http://en.wikipedia.org/wiki/Laser_diode
- 8. Fermi level and Fermi function.**
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/fermi.html>
- 9. LEOT Laser Tutorial - Course 3: Laser Technology - Module 11: Semiconductor Lasers.**
http://repairfaq.ece.drexel.edu/sam/CORD/leot/course03_mod11/mod03-11.html
- 10. Lecture 23: Optical Amp.** Tom Smy.
http://www.doe.carleton.ca/~tjs/475_pdf_02/snew22.pdf
{<http://www.doe.carleton.ca/~tjs/475>}
- 11. Lecture 24: DH lasers.** Tom Smy.
http://www.doe.carleton.ca/~tjs/475_pdf_02/snew23.pdf
{<http://www.doe.carleton.ca/~tjs/475>}
- 12. Experiment 04. DIODELASER.** Didactic Counsellor Prof. Dr.-Ing. Dickmann.
<http://www.meos.com/PDF/ENP04.pdf>
{<http://www.meos.com/Downloads.htm>}
- 13. Britney Spears Guide to Semiconductor Physics: Edge Emitting Lasers.** Carl Hepburn.
<http://britneyspears.ac/physics/fplasers/fplasers.htm>
- 14. Britney Spears Guide to Semiconductor Physics: Vertical Cavity Surface Emitting Lasers.** Carl Hepburn.
<http://britneyspears.ac/physics/vcsels/vcsels.htm>